

Смоленский колледж телекоммуникаций (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича»

«УТВЕРЖДАЮ»
Заместитель директора по УР
Иванешко И.В.
« 31 » 08 2022 г.

**Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по
дисциплине ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»
для специальности: 11.02.08 Средства связи и подвижными объектами**

г. Смоленск, 2022

Рассмотрено
на заседании методической комиссии
телекоммуникационных и экономических дисциплин
Председатель В.А. Федотова Федотова Е.А.
Протокол № 1 « 31 » 08 2022 г.

Автор: Леонова Елена Викторовна – преподаватель
высшей квалификационной категории СКТ (ф) СПбГУТ.

Содержание:

1. Общие положения
2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке
3. Оценка освоения теоретического курса дисциплины
4. Типовые задания для оценки освоения дисциплины

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений студентов.

КОС разработаны на основании положений: программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 11.02.08, рабочей программы дисциплины ЕН.01 МАТЕМАТИКА для специальности 11.02.08 Средства связи с подвижными объектами. КОС включают контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме устного экзамена.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Экзамен по дисциплине ЕН. 01 «МАТЕМАТИКА» - является промежуточной формой контроля, подводит итог освоения дисциплины. В результате освоения дисциплины студент(ка) должен освоить профессиональные и общие компетенции:

Перечень профессиональных компетенций:

Код	Наименование видов деятельности и профессиональных компетенций
ПК 1.2.	Проводить мониторинг и диагностику сетей мобильной связи

Перечень общих компетенций:

Код	Наименование общих компетенций
ОК 1.	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2.	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК 3.	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК 4.	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК 5.	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6.	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК 7.	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
ОК 8.	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК 9.	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

В ходе проведения экзамена проверяется сформированность:

В результате освоения дисциплины студент(ка) должен(а) **уметь**:

У1 - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

У2 - решать дифференциальные уравнения;

знать:

З1 - основные понятия и методы математического анализа, теории вероятности и математической статистики;

З2 - основные методы дифференциального и интегрального исчисления;

З3 - основные численные методы решения математических задач

3. Оценка освоения теоретического курса дисциплины.

Критерии оценки устного экзамена по математике

Предмет (ы) оценивания	Объект (ы) оценивания	Показатели оценки	Критерии оценки	Вес критерия
ПК 1.2 Проводить мониторинг и диагностику сетей мобильной связи ОК1-ОК9	Теоретический материал по дисциплине	Знание теоретического материала по вопросу 1	Полный и развернутый ответ на вопрос 1	1 б
		Знание теоретического материала по вопросу 2	Полный и развернутый ответ на вопрос 2	1 б
	Практическое задание по дисциплине	Выполнение практического задания 1	Правильное решение задачи и полное описание решения	3 б

Шкала оценивания образовательных результатов:

Оценка	Критерии
5 «отлично»	Студент набрал 5 баллов (по весу критерия)
4 «хорошо»	Студент набрал 4 балла (по весу критерия)
3 «удовлетворительно»	Студент набрал 3 балла (по весу критерия)
2 «неудовлетворительно»	Студент набрал 0-2 балла (по весу критерия)

Перед началом устного экзамена студенты ознакомлены с его структурой и критериями оценки. Критерии оценки должны оставаться открытыми для студентов в течение всего времени, отведенного на устный экзамен.

Экзамен проводится по билетам, всего 25 билетов в каждом билете по три вопроса, два теоретических и одно практическое задание. На подготовку устного задания по билету обучающемуся отводится не менее 15 минут, по 5 минут на одно задание. Время ответа обучающегося составляет не менее 15 минут, по 5 минут на одно задание.

4. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины.

Теоретические задания:

1. Матрицы и их свойства. Действия над матрицами.
2. Понятие комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
5. Ряд Тейлора. Ряд Фурье.
6. Определители и их свойства.
7. Понятие производной. Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.
8. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.
9. Определение и методы вычисления обратной матрицы. Матричные уравнения.
10. Последовательность и их пределы. Первый и второй замечательный предел.
11. Сходимость и сумма ряда. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов.
12. Правило Крамера для решения системы с квадратными матрицами. Метод Крамера в матричной форме.

13. Понятие интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Неопределённое интегрирование. Определённый интеграл и его свойства.
14. Числовые ряды.
15. Линейные операции над векторами.
16. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
17. Определённый интеграл и его свойства.
18. Скалярное произведение векторов.
19. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.
20. Неопределённый интеграл и его свойства.
21. Векторное произведение векторов. Действия над векторами.
22. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме.
23. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Ряд Маклорена.
24. Формула Эйлера.
25. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов.
27. Непосредственное интегрирование Формула Ньютона-Лейбница
28. Абсолютная и условная сходимость рядов. Функциональные ряды.
29. Элементы комбинаторики. Виды событий.
30. Дифференциал функции.
31. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины.
32. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
33. Первый и второй замечательный пределы.
34. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
35. Численное интегрирование.
36. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
37. Определения величин математической статистики.
38. Ряд Маклорена.
39. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
40. Приближённое значение величины.
41. Закон распределения случайных величин.
42. Формула Эйлера.
43. Погрешности арифметических вычислений.
44. Определение вероятности. Теоремы умножения и сложения вероятностей.
45. Векторное произведение векторов.
46. Матричные уравнения. Обратная матрица.
47. Ряд Тейлора. Ряд Фурье.
48. Понятие комплексного числа.
49. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
50. Знакопередающиеся ряды.
51. Признак сходимости Лейбница. Последовательность и их пределы
52. Действия над матрицами.
53. Линейные операции над векторами.
54. Модуль и аргумент комплексного числа.
55. Метод Крамера в матричной форме.
56. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
57. Скалярное произведение векторов.
58. Определители и их свойства. Миноры.
59. Скалярное произведение векторов.

60. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Ряд Маклорена
 61. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
 62. Понятие комплексного числа.
 63. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа

Практические задания:

1. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 10x - 8y + z = -59 \\ -5x + 4y + 2z = 17 \\ x + 7y - 3z = 33 \end{cases}$$

2. Найдите производные следующих функций:

1) $f(x) = x^2 - 4x$; 2) $f(x) = -x^2 + 5x + 6$

3. Решите систему уравнений методом Крамера
$$\begin{cases} 4x + 4y = 36 \\ 7x - 7y = 7 \end{cases}$$

4. Определить интеграл: $5 \, dy / \cos^2 y$

5. Чему равна точная радианная мера дуг: 1) 30° 2) 45° 3) 60° 4) 90° 5) 120° 6) 135° 7) 150° 8) 180° 9) 210° 10) 225°

6. Вычислить: $\lim (1 - 2/x)^x$ при x стремящемся к 3

7. Определите перпендикулярность векторов: $d = 2i + 4j - 2k$;
 $b = 10i - 4j + 2k$.

8. Определить интеграл: $(\operatorname{ctg}^2 x / \cos^2 x) \, dx$

9. Дано: матрица $A \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -4 & 7 \end{vmatrix}$ найти обратную для матрицы A

10. Сократите дроби: 1) $n! / (n-2)!$ 2) $(n-3)! / n!$

11. Вершинами треугольника служат точки $A(10; -2; 8)$, $B(8; 0; 7)$ и $C(10; 2; 8)$. Вычислите периметр треугольника.

12. Решить систему уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 6z = 14 \\ 3x - 4y + 2z = -25 \\ 7x - 6y + 4z = -43 \end{cases}$$

13. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 8x - 2y - 6z = 32 \\ 6x - 4y + 3z = -21 \end{cases}$$

$$x + 2y + 2z = -3$$

14. Найти производную: $y = 5x^3 + 4x^4$

15. Прямолинейное движение точки задано уравнением $s = 2t^3 - 3t^2 + 4t$ (t - в секундах, s - в метрах). Найдите ускорение точки в конце 3-й секунды.

16. Решите уравнение:

$$\begin{cases} x - 6y - 4z = -54 \\ 4x - 2y - 3z = -28 \\ 4x + 4y + z = 30. \end{cases}$$

17. Прямолинейное движение точки задано уравнением $s = 5t^2$ (t - в секундах, s - в метрах). Найдите скорость движения точки в конце 10-й секунды.

18. Вычислите производную $y = (12 - 5x)^{14}$

19. Вычислить: скалярное произведение векторов (a, b) , если модуль вектора $a = 5$, модуль вектора $b = 2$, угол между векторами равен $\pi/3$.

20. Прямолинейное движение точки задано уравнением $s = 2t^2 - 8t - 10$ (t - в секундах, s - в метрах). Найдите скорость движения точки в конце 8-й секунды.

21. Найти произведение комплексных чисел: $z_1 = 5 + 4i$, $z_2 = 3 - 10i$.

22. Найти производную: $y = (x+5)^7 + 34x$.

23. Вычислите значения выражений: $5! + 6! =$, $52! / 50! =$.

24. Найдите уравнение кривой, проходящей через точку $M(1;4)$, если угловой коэффициент касательной к кривой в каждой её точке равен $3x^2 - 2x$.

25. Составьте уравнение касательной к кривой $y = x^2 + 10x - 4$, проходящего через точку A , с координатой $x=2$.

26. Вычислить: $(30! - 25!) / 26!$

27. Докажите, что четырёхугольник с вершинами $A(1;4;3)$, $B(2;3;5)$, $C(2;5;1)$, $D(3;4;3)$ - параллелограмм.

28. Найдите производную: $y = (2 - 3x)^5$

29. Найдите скалярное произведение векторов, если модуль $a = 2$, $b = 6$, а угол между векторами равен π

30. Найдите промежутки монотонности функции, используя производную:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

31. Вычислите определитель следующей матрицы:

$$\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

32. Дано: модуль вектора $a = 4$, модуль вектора $b = 5$, угол между векторами a и b равен 30° , Найдите скалярное произведение векторов.

33. Точка движется прямолинейно по закону $s = 2t^3 - 2t^2 - 4$, (s в метрах, t в секундах).

34. Найдите скалярное произведение векторов (a, b) , если модуль $a=3$, модуль $b = 1$, угол между векторами равен $\pi/2$.

35. Найти производную: $y = 3^x * e^x$

36. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 7, 8 и 9 см. Найдите объём параллелепипеда.

37. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 4x + 4y = 80, \\ 5x - 5y = 80. \end{cases}$$
 по правилу Крамера

38. Вычислите произведение комплексных чисел:
 $z = 6 - 7i, \quad z = 2 + 5i.$

39. Найдите произведение матриц:
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

40. Найдите интеграл $\int \sin x \, dx.$

Ключи к КОС

1. Матрицы и их свойства. Действия над матрицами.

Матрица – это математический объект прямоугольной формы, состоящий из букв или чисел размерностью $m \times n$, m – число строк, n – число столбцов. Действия: 1) сумма, разность матриц - это сумма, разность соответствующих элементов матриц равной размерности; 2) умножение матрицы на число – умножается на это число каждый элемент матрицы; 3) произведение матриц $A \cdot B$ - это сумма произведений элементов строки первой A на столбец элементов второй B матрицы в произведении (умножаются матрицы число строк первой A = числу столбцов второй B).

2. Понятие комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.

Число вида $z = a + bi$ называется комплексным числом в алгебраической форме. a - действительная часть, bi – мнимая часть, b – мнимый коэффициент. Вектор с началом координат $(0;0)$ заканчивающийся в точке с координатами $(a; b)$ называется геометрическим изображением комплексного числа на координатной плоскости, угол наклона этого вектора к оси Ox называется – аргументом комплексного числа z . Модуль комплексного числа $= \sqrt{a^2 + b^2}$.

3. Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $*(x-x_0)/1! +$ вторая производная функции $*(x-x_0)^2/2! +$ третья производная функции $*(x-x_0)^3/3! +$ четвёртая производная функции $*(x-x_0)^4/4! +$ n -ая производная функции $*(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0 = 0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t, \quad x = x_m \sin \varphi_0 t.$

4. Определители и их свойства.

Определитель второго порядка – это число, вычисляемое по формуле, разность произведений главной и побочной диагоналей.

$$\begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix} = d * n - z * f$$

Определитель третьего порядка - это число, вычисляемое по формуле:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & f & g \\ z & n & m \end{vmatrix} = a * \begin{vmatrix} f & g \\ n & m \end{vmatrix} - b * \begin{vmatrix} d & g \\ z & m \end{vmatrix} + c * \begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix}$$

5. Понятие производной. Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.

Производная – это предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последний стремится к нулю. Механический смысл производной: производная перемещения по времени равна скорости от времени. Производная скорости по времени или вторая производная перемещения от времени равна ускорению от времени. Геометрический смысл производной – производная функции в заданной точке равна угловому коэффициенту касательной к графику функции.

6. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.

Ряд называется знакопередающимся, если при вычислении n - го элемента ряда получаем знак $+$, а при вычислении $(n+1)$ –го знак $-$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

7. Определение и методы вычисления обратной матрицы. Матричные уравнения.

Матрица называется обратной к исходной, если их произведение даёт единичную матрицу.

Для решения двойной матрицы составляется четыре уравнения, для тройной – девять.

8. Последовательность и их пределы. Первый и второй замечательный предел.

Предел последовательности – это некоторое число A к которому стремится n - ый элемент последовательности при n - стремящемся к бесконечности. $\lim \sin x/x = 1$, $\lim (1+x)^{1/x} = e$.

9. Сходимость и сумма ряда. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов.

Ряд называется знакопередающимся, если при вычислении n - го элемента ряда получаем знак $+$, а при вычислении $(n+1)$ –го знак $-$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

10. Правило Крамера для решения системы с квадратными матрицами. Метод Крамера в матричной форме.

Для решения уравнений методом Крамера, вычисляется определитель третьего порядка состоящий из коэффициентов перед переменными x, y, z . Первый столбец перед x , второй перед y , третий перед z , если определитель отличен от 0 , то система имеет единственное решение и если равно 0 , то проверяется пропорциональность коэффициентов, если пропорциональны – решений бесконечно много и нет пустое множество, система называется несовместной.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & f & g \\ z & n & m \end{vmatrix} = a * \begin{vmatrix} f & g \\ n & m \end{vmatrix} - b * \begin{vmatrix} d & g \\ z & m \end{vmatrix} + c * \begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix}$$

Для расчета переменной x вместо первого столбца ставят свободные коэффициенты, для y вместо второго и для z вместо третьего., x, y, z . Вычисляются как отношения к исходному.

11. Понятие интеграла и первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Неопределённое интегрирование. Определённый интеграл и его свойства.

Первообразная это функция $F(x) + C$ такая, что её производная равна $f(x)$. Если функция определена и на некотором отрезке ab имеет производную, дифференцируема, то определённый интеграл от a до b вычисляется по формуле

Ньютона – Лейбница $F(b)-F(a)$.

12. Числовые ряды.

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $*(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $*(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $*(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $*(x-x_0)^4/4!$ + n -ая

производная функции $(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$.

13. Линейные операции над векторами.

1) Сумма векторов – это сумма соответствующих координат. 2) Умножение вектора на числа – это умножаются на это число каждая координата. Координаты вектора вычисляются по координатам точек – из координаты конца вычитается координата начала в фигурных скобках.

14. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

Тригонометрическая форма комплексного числа $z = r(\cos a + i \sin a)$ r – модуль комплексного числа, a – аргумент. Показательная форма комплексного числа $z = r e^{i a}$

15. Определённый интеграл и его свойства.

Первообразная это функция $F(x) + C$ такая, что её производная равна $f(x)$. Если функция определена и на некотором отрезке ab имеет производную, дифференцируема, то определённый интеграл от a до b вычисляется по формуле

Ньютона – Лейбница $F(b) - F(a)$.

Свойства: 1) Определённый интеграл суммы, разности равен сумме или разности определённых интегралов. 2) Числовой коэффициент выносится за знак определённого интеграла.

16. Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение векторов равно произведению их модулей на косинус угла между ними.

17. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

Понятие комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.

Число вида $z = a + bi$ называется комплексным числом в алгебраической форме. a – действительная часть, bi – мнимая часть, b – мнимый коэффициент. Вектор с началом координат $(0;0)$ заканчивающийся в точке с координатами $(a; b)$ называется геометрическим изображением комплексного числа на координатной плоскости, угол наклона этого вектора к оси Ox называется – аргументом комплексного числа z . Модуль комплексного числа $= \sqrt{a^2 + b^2}$.

Если дискриминант отрицательный, то квадратное уравнение имеет решение только в области комплексных чисел $i^2 = -1$, $-25 = (5i)^2$

18. Неопределённый интеграл и его свойства.

Первообразная это функция $F(x) + C$ такая, что её производная равна $f(x)$. Если функция определена и на своей области определения имеет производную, дифференцируема, то неопределённый интеграл равен её первообразной $+ C$, C – любое действительное число.

Свойства: 1) Интеграл суммы, разности равен сумме или разности интегралов. 2) Числовой коэффициент выносится за знак интеграла.

19. Векторное произведение векторов. Действия над векторами.

Векторное произведение векторов равно произведению модулей на синус угла между ними.

1) Сумма векторов – это сумма соответствующих координат. 2) Умножение вектора на числа – это умножаются на это число каждая координата. Координаты вектора вычисляются по координатам точек – из координаты конца вычитается координата начала в фигурных скобках.

20. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме.

1) Произведение двух комплексных чисел равно произведению модуле и сумме аргументов.

2) Частное двух комплексных чисел равно частному модуле и разности аргументов.

3) возведение в степень – модуль возводится в степень, аргумент умножается на степень.

21. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Ряд Маклорена.

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $(x-x_0)^4/4!$ + n-ая производная функции $(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

22. Формулы Эйлера.

$$\cos a = (e^{ia} + e^{-ia})/2, \quad \sin a = (e^{ia} - e^{-ia})/2i$$

23. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов.

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $(x-x_0)^4/4!$ + n-ая производная функции $(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

24. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Ряд Маклорена.

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $(x-x_0)^4/4!$ + n-ая производная функции $(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$.

25. Формула Эйлера.

$$\cos a = (e^{ia} + e^{-ia})/2, \quad \sin a = (e^{ia} - e^{-ia})/2i$$

27. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов.

Ряд вида производная функции $(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $(x-x_0)^4/4!$ + n-ая производная функции $(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

28. Непосредственное интегрирование Формула Ньютона-Лейбница

Первообразная это функция $F(x) + C$ такая, что её производная равна $f(x)$. Если функция определена и на некотором отрезке ab имеет производную, дифференцируема, то определённый интеграл от a до b вычисляется по формуле

Ньютона – Лейбница $F(b)-F(a)$.

Свойства: 1) Определённый интеграл суммы, разности равен сумме или разности определённых интегралов. 2) Числовой коэффициент выносится за знак определённого интеграла.

29. Абсолютная и условная сходимость рядов. Функциональные ряды.

Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

30. Элементы комбинаторики. Виды событий.

События называются совместными, если при заданных условиях они могут, как произойти так и не произойти. События называются несовместными, если при заданных условиях одно произойдёт, а второе нет. Достоверное событие, вероятность = 1, невозможное событие – 0.

31. Дифференциал функции.

Дифференциал функции – это произведение производной функции в заданной точке на приращение аргумента.

32. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины.

Вероятность события – это отношение благоприятных исходов случайных величин к общему числу исходов непрерывных случайных величин. События называются совместными, если при заданных условиях они могут, как произойти так и не произойти. События называются несовместными, если при заданных условиях одно произойдёт, а второе – нет. Достоверное событие, вероятность = 1, невозможное событие = 0

33. Первый и второй замечательный пределы.

Предел последовательности – это некоторое число A к которому стремится n -ый элемент последовательности при n – стремящемся к бесконечности. $\lim \sin x/x = 1$, $\lim (1+x)^{1/x} = e$.

34. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Вероятность события – это отношение благоприятных исходов случайных величин к общему числу исходов непрерывных случайных величин. События называются совместными, если при заданных условиях они могут, как произойти так и не произойти. События называются несовместными, если при заданных условиях одно произойдёт, а второе – нет. Достоверное событие, вероятность = 1, невозможное событие = 0

35. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Сумма комплексных чисел равна сумме действительных и мнимых частей.

Разность комплексных чисел равна разности действительных и мнимых частей.

36. Определения величин математической статистики.

Медиана – упорядочить ряд, для четного найти среднее арифметическое двух чисел в центре ряда, для нечётного число в центре ряда, среднее арифметическое – это сумма элементов ряда делённая на число слагаемых.

37. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

38. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = r*(\cos a + i*\sin a)$ r - модуль комплексного числа, a – аргумент. Показательная форма комплексного числа $z = r*e^{i*a}$

39. Приближённое значение величины.

Приближённое значение величины – это разность значением функции в заданной точке и дифференциалом.

40. Закон распределения случайных величин.

Вероятность события – это отношение благоприятных исходов случайных величин к общему числу исходов непрерывных случайных величин. События называются совместными, если при заданных условиях они могут, как произойти так и не произойти. События называются несовместными, если при заданных условиях одно произойдёт, а второе – нет. Достоверное событие, вероятность = 1, невозможное событие = 0

41. Формула Эйлера.

$$\cos a = (e^{ia} + e^{-ia})/2, \quad \sin a = (e^{ia} - e^{-ia})/2i$$

42. Погрешности арифметических вычислений.

Абсолютная погрешность – это разность приближённого вычисления и значения величины.

Относительная погрешность – это отношение абсолютной к приближённым расчётам.

43. Определение вероятности. Теоремы умножения и сложения вероятностей.

$$P(ABC) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

44. Векторное произведение векторов – произведение модулей на синус угла между ними.

45. Матричные уравнения. Обратная матрица.

Матрица называется обратной к исходной, если их произведение даёт единичную матрицу. Для решения двойной матрицы составляется четыре уравнения, для тройной – девять.

46. Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $*(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $*(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $*(x-x_0)^3/3!$ + четвёртая производная функции $*(x-x_0)^4/4!$ + n-ая производная функции $*(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

47. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы

Матрица называется обратной к исходной, если их произведение даёт единичную матрицу. Для решения двойной матрицы составляется четыре уравнения, для тройной – девять.

48. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.

Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n - го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

49. Последовательность и их пределы

Предел последовательности – это некоторое число A к которому стремится n - ый элемент последовательности при n - стремящемся к бесконечности. $\lim \sin x/x = 1$, $\lim (1+x)^{1/x} = e$.

50. Действия над матрицами.

Матрицы и их свойства. Действия над матрицами.

Матрица – это математический объект прямоугольной формы, состоящий из букв или чисел размерностью $m*n$, m – число строк, n – число столбцов. Действия: 1) сумма, разность матриц - это сумма, разность соответствующих элементов матриц равной размерности; 2) умножение матрицы на число – умножается на это число каждый элемент матрицы; 3) произведение матриц $A*B$ - это сумма произведений элементов строки первой A на столбец элементов второй B матрицы в произведении (умножаются матрицы число строк первой A = числу столбцов второй B).

51. Линейные операции над векторами.

1) Сумма векторов – это сумма соответствующих координат. 2) Умножение вектора на числа – это умножаются на это число каждая координата. Координаты вектора вычисляются по координатам точек – из координаты конца вычитается координата начала в фигурных скобках.

52. Модуль и аргумент комплексного числа.

Модуль и аргумент комплексного числа.

Число вида $z = a + bi$ называется комплексным числом в алгебраической форме. a – действительная часть, bi – мнимая часть, b – мнимый коэффициент. Вектор с началом координат (0;0) заканчивающийся в точке с координатами (a; b) называется геометрическим изображением комплексного числа на координатной плоскости, угол наклона этого вектора к оси OX называется – аргументом комплексного числа z. Модуль комплексного числа $=\sqrt{a^2 + b^2}$.

53. Метод Крамера в матричной форме.

Для решения уравнений методом Крамера, вычисляется определитель третьего порядка состоящий из коэффициентов перед переменными x, y, z. Первый столбец перед x, второй

перед y , третий перед z , если определитель отличен от 0, то система имеет единственное решение и если равно 0, то проверяется пропорциональность коэффициентов, если пропорциональны – решений бесконечно много и нет пустое множество, система называется несовместной.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & f & g \\ z & n & m \end{vmatrix} = a * \begin{vmatrix} f & g \\ n & m \end{vmatrix} - b * \begin{vmatrix} d & g \\ z & m \end{vmatrix} + c * \begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix}$$

Для расчета переменной x вместо первого столбца ставят свободные коэффициенты, для y вместо второго и для z вместо третьего., x, y, z . Вычисляются как отношения к исходному.

54. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

Тригонометрическая форма комплексного числа $z = r * (\cos \alpha + i * \sin \alpha)$ r - модуль комплексного числа, α – аргумент. Показательная форма комплексного числа $z = r * e^{i * \alpha}$

55. Скалярное произведение векторов – произведение модулей на косинус угла между ними.

56. Определители и их свойства. Миноры.

Определитель второго порядка – это число, вычисляемое по формуле, разность произведений главной и побочной диагоналей.

$$\begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix} = d * n - z * f$$

Определитель третьего порядка - это число, вычисляемое по формуле :

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & f & g \\ z & n & m \end{vmatrix} = a * \begin{vmatrix} f & g \\ n & m \end{vmatrix} - b * \begin{vmatrix} d & g \\ z & m \end{vmatrix} + c * \begin{vmatrix} d & f \\ z & n \end{vmatrix}$$

Миноры – матрицы одного столбца или одной строки.

57. Скалярное произведение векторов - это произведение модулей на косинус угла между ними.

58. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Ряд Маклорена

Ряд Тейлора. Ряд Фурье.

Ряд вида производная функции $*(x-x_0)/1!$ + вторая производная функции $*(x-x_0)^2/2!$ + третья производная функции $*(x-x_0)^3/3!$ + четвертая производная функции $*(x-x_0)^4/4!$ + n -ая производная функции $*(x-x_0)^n/n!$ – ряд Тейлора, ряд Маклорена получаем из ряда Тейлора если $x_0=0$. Ряд Фурье вычисляется по формуле ряда Тейлора на основе функций: $x = x_m \cos \varphi_0 t$, $x = x_m \sin \varphi_0 t$. Признак сходимости Лейбница 1) ряд монотонно убывает 2) предел n -го элемента равен нулю, при n – стремящемся к бесконечности, то ряд сходится.

59. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Матрица называется обратной к исходной, если их произведение даёт единичную матрицу.

Для решения двойной матрицы составляется четыре уравнения, для тройной – девять.

60. Понятие комплексного числа.

Число вида $z = a + bi$ называется комплексным числом в алгебраической форме. a - действительная часть, bi – мнимая часть, b – мнимый коэффициент.

61. Уравнения с обратной матрицей

Свойство коммутативности (перестановка множителей), для матриц не выполняется. Если, левая и правая обратные матрицы равны, то исходная является симметричной.

Расчет обратной правой матрицы:

$$\begin{vmatrix} 20 & 11 & 30 \\ 5 & 6 & 10 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & k & e \\ p & f & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} 20a + 11m + 30p = 1 \\ 20b + 11k + 30f = 0 \\ 20c + 11e + 30z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a + 6m + 10p = 0 \\ 5b + 6k + 10f = 1 \\ 5c + 6e + 10z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 8m + 1p = 0 \\ 3b + 8k + 1f = 0 \\ 3c + 8e + 1z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 20 & 11 & 30 \\ 5 & 6 & 10 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 20*(6 - 80) - 11(5-30) + 30(40-18) = 545$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 11 & 30 \\ 0 & 6 & 10 \\ 0 & 8 & 1 \end{vmatrix} = (6 - 80) - 0 + 0 = -74, a = -74/545$$

$$\begin{vmatrix} 20 & 1 & 30 \\ 5 & 0 & 10 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 - (5 - 30) + 0 = 25, m = 25/545$$

$$\begin{vmatrix} 20 & 11 & 1 \\ 5 & 6 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 0 + 1(40 - 18) = 22, P = 22/545$$

$$\begin{vmatrix} -1/380 & -13/190 & 7/38 \\ 9/76 & 3/38 & 11/38 \\ -14/190 & 8/95 & -28/380 \end{vmatrix}$$

62. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа

Понятие комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.

63. Число вида $z = a + bi$ называется комплексным числом в алгебраической форме. a - действительная часть, bi - мнимая часть, b - мнимый коэффициент. Вектор с началом

вектор, начинающийся в точке с координатами (0;0) и заканчивающийся в точке с координатами (a; b) называется геометрическим изображением комплексного числа на координатной плоскости, угол наклона этого вектора к оси OX называется – аргументом комплексного числа z. Модуль комплексного числа $=\sqrt{a^2+b^2}$.